ПСЕВДОСФЕРА С НАРУЖНЫМИ ГОФРАМИ

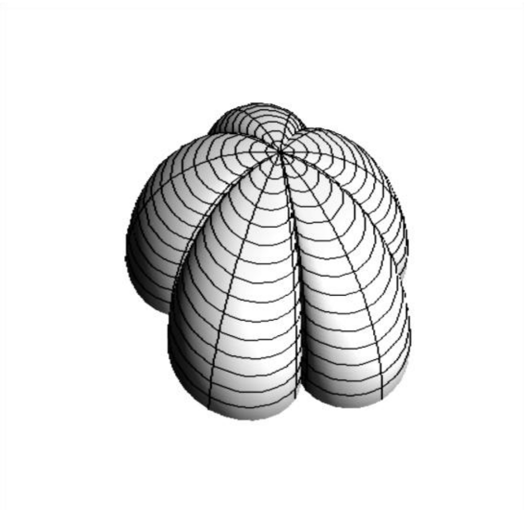
Кайдасов Ж.

Кайдасов Жеткербай - кандидат физико-математических наук, профессор,
кафедра математики,
Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, г. Актобе, Республика Казахстан

Аннотация: *в данной работе на основе методики построения сфер с циклоидальными гофрами построены и указаны формы задания псевдосфер с наружными циклоидальными и синусоидальными гофрами. Установлены их геометрические формы с использованием компьютерной графики.*
Ключевые слова: *псевдосфера, циклоида, сфера с циклоидальными гофрами, отрицательная кривизна.*

УДК 514.7

Известны сферы с циклоидальными гофрами[1, стр. 366]. Среди них нас интересуют с наружными гофрами: $X=[(R+r)cosv-r\cos(n+1)\,v]cosu, Y=[(R+r)sinv-rsin(n+1)v]cosu, Z=Rsinu, 0\le v\le 2\pi,\ 0\le u\le \pi/2$ (Рис.1), где *n*– число вершин эпициклоиды, *R*- радиус окружности сферы на экваторе, по которой снаружи катится окружность радиусом r.
Методика построения сфер с наружными циклоидальными гофрами применима и для построения псевдосфер с наружными гофрами.
Уравнения псевдосферы могут быть представлены в виде [2], [3]:
$X=sinucosv,\ \ У=\sin usinv\ , Z=Ln\left(tg\left(\frac{u}{2}\right)\right)+cosu,\ 0<u<\pi,\ 0\le v\le 2\pi\ (Рис.2).$



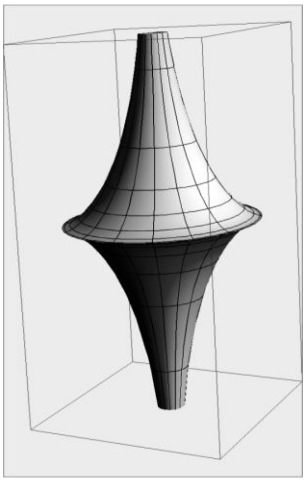


Рис. 1. Сфера с наружными *Рис. 2. Псевдосфера*
гофрами(R=1, r=0,2, n=5)

I. Пример псевдосферы с наружными циклоидальными гофрами.

Построение псевдосферы с наружными гофрами тогда осуществится согласно формулам:
$X=[(R+r)cosv-r\cos(n+1)\,v]sinu, Y=[(R+r)sinv-rsin(n+1)v]$ $sinu, Z=Ln\left(tg\left(\frac{u}{2}\right)\right)+cosu, 0\le v\le 2\pi,\ 0\le u\le \pi$ (Рис.3), где *v* –угол, отсчитываемый от оси *Ox* в сторону оси *Oy*, *u* - угол, отсчитываемый от плоскости *xOy* в сторону оси *Oz*.

Коэффициенты основных квадратичных форм поверхности:

$E=((R+r)^2+r^2-2r(R+r)cosnv)cos^2u+\frac{cos^4u}{sin^2u}$, $F=nr(R+r)sin(n+2)vsinucosv$,

$G=((R+r)^2+(n+1)^2r^2-2(n+1)r(R+r)cosnv)sin^2u$, $L=((R+r)^2+Rr)cos^2u(1-cosnv)/sinu\sqrt{EG-F^2}$, $M=0$, $N=(n+2)(R+r)^2cos^2usinu(1-cosnv)/\sqrt{EG-F^2}$,

$K=-\frac{(n+2)(R+r)^2((R+r)^2+Rr)cos^4(1-cosnv)^2}{(EG-F^2)^2}$

II. Пример псевдосферы с наружными синусоидальными гофрами.

Если в основу взять функцию вида y=|sinx| , то аналогичным способом можно построить псевдосферу с наружными синусоидальными гофрами. Например:

$$X = [(4 + | sin4v|)cosv]sinu, Y = [(4 + | sin4v |)sinv]$$

$sinu, \quad Z = Ln\left(tg\left(\frac{u}{2}\right)\right) + cosu, 0 \le v \le 2\pi, \ 0 \le u \le \pi$ (Рис.4).

Для этой поверхности Гауссова кривизна вычисляется по формуле:

$$K = \frac{-16(4+sin4v)^2(15cos^2 4v+72sin4v+25)}{\{[[(4+sin4v)^2 sin^2 u+16](15cos^2 4v+8sin4v+17)]-16(4+sin4v)^2 sin^2 ucos^2 4v\}^2}$$

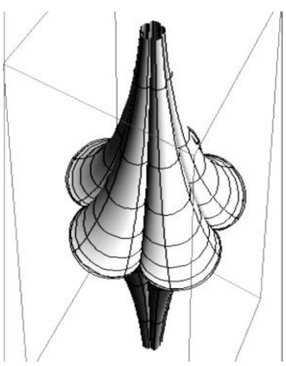


Рис. 3. Псевдосфера с наружными циклоидальными гофрами (R=1, r=0,2, n=5)

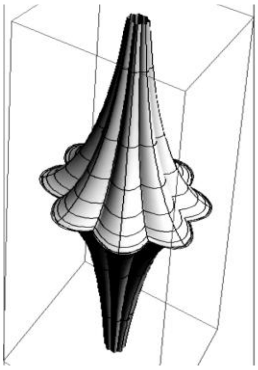


Рис. 4. Псевдосфера с наружными синусоидальными гофрами(n=8)

III. Пример многотрубчатой псевдосферы с наружными гофрами.

Были получены следующие примеры псевдосфер с наружными гофрами:

$$X = [1.6cosv - 0.2\cos 7\, v]sinu, \quad Y = [1.6sinv - 0.2sin7v]$$

$sinu, Z = 4\left(Ln\left(tg\left(\frac{u}{2}\right)\right) + cosu\right)| \ sin3v|$ $, 0 \le v \le 2\pi, \ 0 \le u \le \pi/2$ (Рис.5:1),2)).

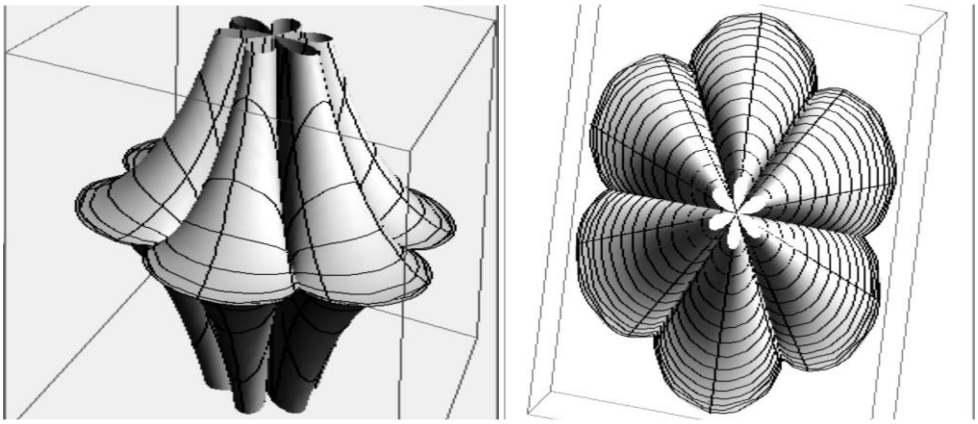


Рис. 5.

1) Многотрубчатая псевдосфера с наружными циклоидальными гофрами;

2) Многотрубчатая псевдосфера с наружными циклоидальными гофрами (вид сверху)

Список литературы

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н., Халаби С.М.* Аналитические поверхности. М.: Наука, 2006. 544 с.
2. *Кайдасов Ж.* О трех видах катушкообразных поверхностей // Достижения науки и образования. 2018. № 1 (23). С. 6-8.
3. *Позняк Э.Г., Шикин Е.В.* Дифференциальная геометрия. М.: Изд. МГУ, 1990.